

互换性与测量技术

第9章 尺寸链



第 9 章 章节内容

- 9.1 尺寸链概念
- 9.2 用完全互换法解尺寸链
- 9.3 用大数互换法解尺寸链
- 9.4 用其它方法解装配尺寸链

9.1 尺寸链概念

■ 在机械制造行业的产品设计、工艺规程设计、零部件加工和装配、技术测量等工作中，通常需要进行尺寸链分析和计算。应用尺寸链理论，可以经济合理地确定构成机器、仪器等的有关零件、部件的几何精度，以获得产品的高质量、低成本和高生产率。分析计算尺寸链应遵循国家标准 GB / T5847—1986 《尺寸链计算方法》。

9.1.1 尺寸链的概念与组成

■ 一个零件或一台机器的结构尺寸，总存在着一些相互联系，这些相互联系的尺寸按一定顺序连接成一个封闭的尺寸组，称为尺寸链。

- 如图 9 - 1 的孔和轴零件的装配过程，其间隙（或过盈） A_0 的大小由孔径 A_1 和轴径 A_2 所决定，即 $A_0 = A_1 - A_2$ 。这些尺寸组合 A_1 、 A_2 和 A_0 就是一个尺寸链。又如图 9 - 2 所示零件，先后按 A_1 、 A_2 加工，则尺寸 A_0 由 A_1 和 A_2 所确定，即 $A_0 = A_1 - A_2$ 。这样，尺寸 A_1 、 A_2 和 A_0 也形成一个尺寸链。

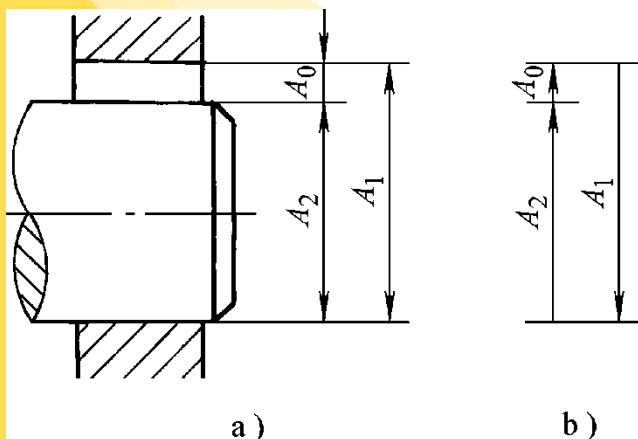


图 9 - 1 装配尺寸链

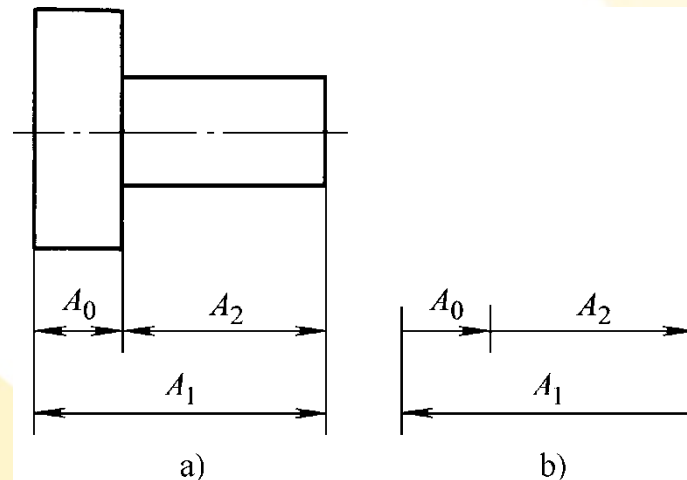


图 9 - 2 工艺尺寸链

- 尺寸链具有两个特性：
- (1) 封闭性 组成尺寸链的各个尺寸按一定顺序构成一个封闭系统。
- (2) 相关性 其中一个尺寸变动将影响其它尺寸变动。
- 组成尺寸链的各个尺寸称为环。尺寸链的环分为封闭环和组成环。

- **1. 封闭环** 加工或装配过程中最后自然形成的那个尺寸。封闭环是尺寸链中唯一的特殊环，一般以字母加下标“0”表示，如 A_0 、 B_0 等。如图 9-1 中的尺寸 A_0 。
- **2. 组成环** 尺寸链中除封闭环以外的其它环。根据它们对封闭环影响的不同，又分为增环和减环。
 - (1) **增环** 与封闭环同向变动的组成环，即当该组成环尺寸增大（或减小）而其它组成环不变时，封闭环也随之增大（或减小）。
 - (2) **减环** 与封闭环反向变动的组成环，即当该组成环尺寸增大（或减小）而其它组成环不变时，封闭环的尺寸却随之减小（或增大）。

■ 9.1.2 尺寸链的建立与分析

- **1. 建立尺寸链** 正确建立和描述尺寸链是进行尺寸链综合精度分析计算的基础。建立装配尺寸链时，应了解零件的装配关系、装配方法及装配性能要求；建立工艺尺寸链时应了解零部件的设计要求及其制造工艺过程，同一零件的不同工艺过程所形成的尺寸链是不同的。

- (1) 正确地确定封闭环 装配尺寸链的封闭环就是产品上有装配精度要求的尺寸。如同一个部件中各零件之间相互位置要求的尺寸，或保证配合零件的配合性能要求的间隙或过盈量。

- (2) 确定封闭环之后，应确定对封闭环有影响的各个组成环，使之与封闭环形成一个封闭的尺寸回路。

2. 查找组成环

查找装配尺寸链的组成环时，先从封闭环的任意一端开始，找相邻零件的尺寸，然后再找与第一个零件相邻的第二个零件的尺寸，这样一环接一环，直到封闭环的另一端为止，从而形成封闭的尺寸组。

- 例如图 9 - 3 所示的车床主轴轴线与尾架轴线高度差的允许值 A_0 是装配技术要求，为封闭环。组成环可从尾架顶尖开始查找，尾架顶尖轴线到底面的高度 A_1 、与床面相连的底板的厚度 A_2 、床面到主轴轴线的距离 A_3 ，最后回到封闭环。 A_1 、 A_2 和 A_3 均为组成环。

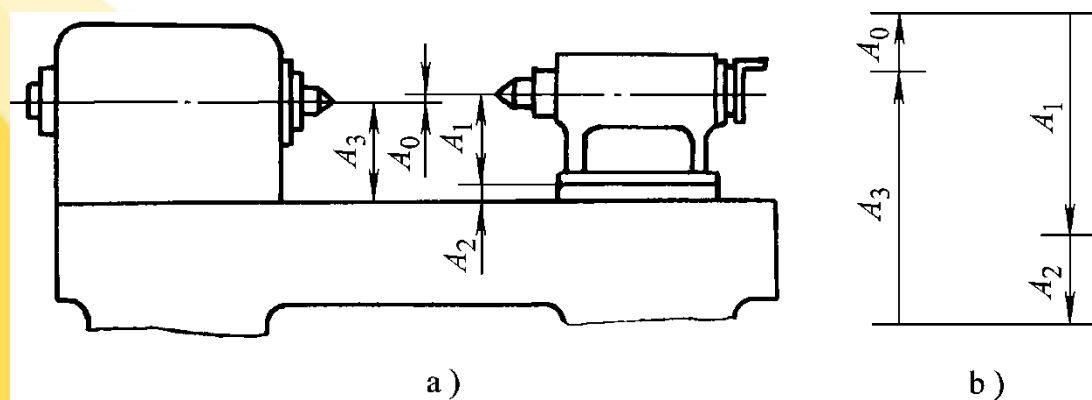


图 9 - 3 车床顶尖高度尺寸链

3. 画尺寸链线图

为了清楚地表达尺寸链的组成，通常不需要画出零件或部件的具体结构，也不必按照严格的比例，只需将尺寸链中各尺寸依次画出，形成封闭的图形即可，这样的图形称为尺寸链线图。

如图 9-3b 所示。在尺寸链线图中，常用带单箭头的线段表示各环，箭头仅表示查找尺寸链组成环的方向。与封闭环箭头方向相同的环为减环，与封闭环箭头方向相反的反的环为增环。如图 9-3b 中， A_3 为减环， A_1 、 A_2 为增环。

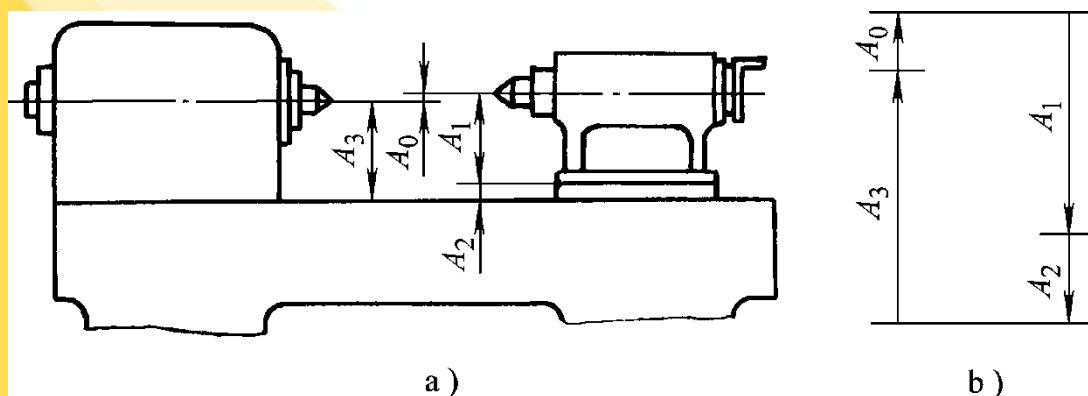


图 9-3 车床顶尖高度尺寸链

- **4. 计算尺寸链** 分析计算尺寸链是为了正确合理地确定尺寸链中各环的尺寸和精度，计算尺寸链的方法通常有三种：
 - (1) 正计算 已知各组成环的极限尺寸，求封闭环的极限尺寸。主要用来验算设计的正确性，又叫校核计算。
 - (2) 反计算 已知封闭环的极限尺寸和各组成环的基本尺寸，求各组成环的极限偏差。主要用在设计上，即根据机器的使用要求来分配各零件的公差。
 - (3) 中间计算 已知封闭环和部分组成环的极限尺寸，求某一组成环的极限尺寸，常用在加工工艺上。反计算和中间计算通常称为设计计算。

9.2 用完全互换法解尺寸链

- 完全互换法是尺寸链计算中最基本的方法，也叫极值法。即从尺寸链各环的最大与最小极限尺寸出发进行尺寸链计算，不考虑各环实际尺寸的分布情况。按此法计算出来的尺寸加工各组成环，装配时各组成环不需挑选或辅助加工，装配后即能满足封闭环的公差要求，即可实现完全互换。

■ 9.2.1 基本公式

- 1. 封闭环的基本尺寸 封闭环的基本尺寸等于所有增环的基本尺寸之和减去所有减环的基本尺寸之和。
即

$$A_0 = \sum_{i=1}^n A_z - \sum_{i=n+1}^m A_j \quad (9-1)$$

- 式中 A_0 — 封闭环的基本尺寸
- A_z — 增环 A_1 、 $A_2 \cdots A_n$ 的基本尺寸， n 为增环的环数
- A_j — 减环 A_{n+1} 、 $A_{n+2} \cdots A_m$ 的基本尺寸， m 为总环数。

■ **2. 封闭环的极限尺寸** 封闭环的最大极限尺寸等于所有增环的最大极限尺寸之和减去所有减环最小极限尺寸之和；封闭环的最小极限尺寸等于所有增环的最小极限尺寸之和减去所有减环的最大极限尺寸之和。即

$$A_{0\max} = \sum_{i=1}^n A_{z\max} - \sum_{j=n+1}^m A_{j\min} \quad (9-2)$$

$$A_{0\min} = \sum_{i=1}^n A_{z\min} - \sum_{j=n+1}^m A_{j\max} \quad (9-3)$$

■ **3. 封闭环的极限偏差** 封闭环的上偏差等于所有增环上偏差之和减去所有减环下偏差之和；封闭环的下偏差等于所有增环下偏差之和减去所有减环上偏差之和。
即

$$ES_0 = \sum_{i=1}^n ES_z - \sum_{i=n+1}^m EI_j \quad (9-4)$$

$$EI_0 = \sum_{i=1}^n EI_z - \sum_{i=n+1}^m ES_j \quad (9-5)$$

- **4. 封闭环的公差** 封闭环的公差等于所有组成环公差之和。即

$$T_0 = \sum_{i=1}^m T_i \quad (9-6)$$

- 由公式（9-6）可以看出：封闭环的公差比任一组成环的公差都大。因此，在零件尺寸链中，一般选最不重要的环作为封闭环；而在装配尺寸链中，封闭环是装配的最终要求。为了减小封闭环的公差，应尽量减少尺寸链的环数，这就是在设计中应遵守的**最短尺寸链原则**。

9.2.2 尺寸链计算应用

1. 正计算—求封闭环的基本尺寸及偏差。

- 例 9 - 1 加工一台阶轴如图 9 - 4a 所示，若先加工 $A_1=50\pm0.2$ 、 $A_2=35\pm0.1$ ，求尺寸 A_0 及其偏差。

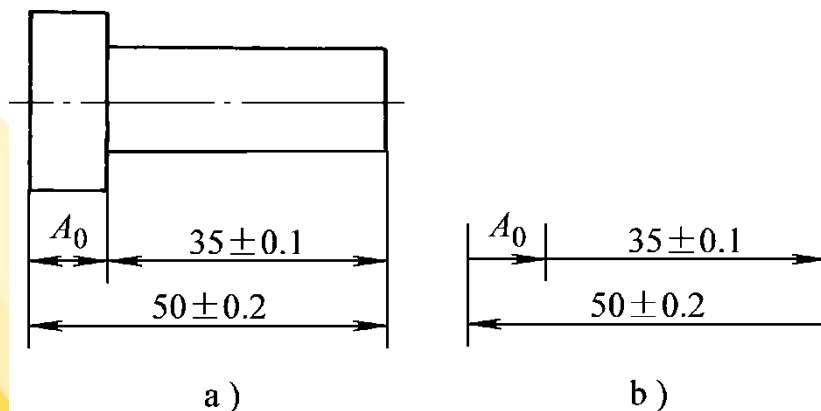


图 9 - 4 台阶轴尺寸链

- 解：(1) 确定封闭环为 A_0 确定组成环并画尺寸链线图，如图 9-4b。判断 A_1 为增环， A_2 为减环。

■ (2) 按式 (9-1) 计算封闭环的基本尺寸

■
$$A_0 = A_1 - A_2 = 50 - 35 = 15\text{mm}$$

■ (3) 按式 (9-4) 、 (9-5) 计算封闭环的极限偏差

■
$$ES_0 = ES_1 - EI_2 = + 0.2\text{mm} - (- 0.1) = + 0.3\text{mm}$$

■
$$EI_0 = EI_1 - ES_2 = - 0.02 - (+ 0.1) = - 0.3\text{mm}$$

■ 即封闭环的尺寸为 $15 \pm 0.3\text{mm}$ 。

- **2. 反计算—求各组成环的偏差。** 设计计算是根据封闭环的极限尺寸和组成环的基本尺寸确定各组成环的公差和极限偏差，最后再进行校核计算。具体分配各组成环的公差时，可采用“等公差法”或“等精度法”。
- (1) 等公差法 当各环的基本尺寸相差不大时，可将封闭环的公差 (T_0) 平均分配给各组成环。如果需要，可在此基础上进行必要的调整，这种方法叫“等公差法”。
即

$$T_{\text{平均}} = \frac{T_0}{m}$$

(9-7)

- 式中 m — 组成环的数量
- T_0 — 封闭环的公差。

■ (2) 等精度法 所谓等精度法就是各组成环公差等级相同，即各环公差等级系数相等，设其值均为 a ，则

$$a_1=a_2=\cdots a_m=a \quad (9-8)$$

■ 如第2章所述，标准公差的计算式为 $T=ai$ ，（ i 为标准公差单位），在基本尺寸 $\leq 500\text{mm}$ 分段内 $i=0.45 + 0.001D$ 。由式（9-6）可得

$$a = \frac{T_0}{\sum_{i=1}^m i_i} \quad (9-9)$$

■ 计算出 a 后，按标准查取与之相近的公差等级系数，进而查表确定各组成环的公差。

- 各组成环的极限偏差确定方法是先留一个组成环作为调整环，其余各组成环的极限偏差按“入体原则”确定，即包容尺寸的基本偏差为 H ，被包容尺寸的基本偏差为 h ，一般长度尺寸用 js 。
- 进行公差设计计算时，最后必须进行校核，以保证设计的正确性。

例 9 - 2 如图 9 - 5a 所示齿轮箱，根据使用要求，应保证间隙 A_0 在 $1 \sim 1.75\text{mm}$ 。已知各零件的基本尺寸 $A_1=140\text{mm}$ ， $A_2 = A_5 = 5 \text{ mm}$ ， $A_3 = 101 \text{ mm}$ ， $A_4 = 50 \text{ mm}$ 。试分别用“等公差法”和“等精度法”求各环的极限偏差。

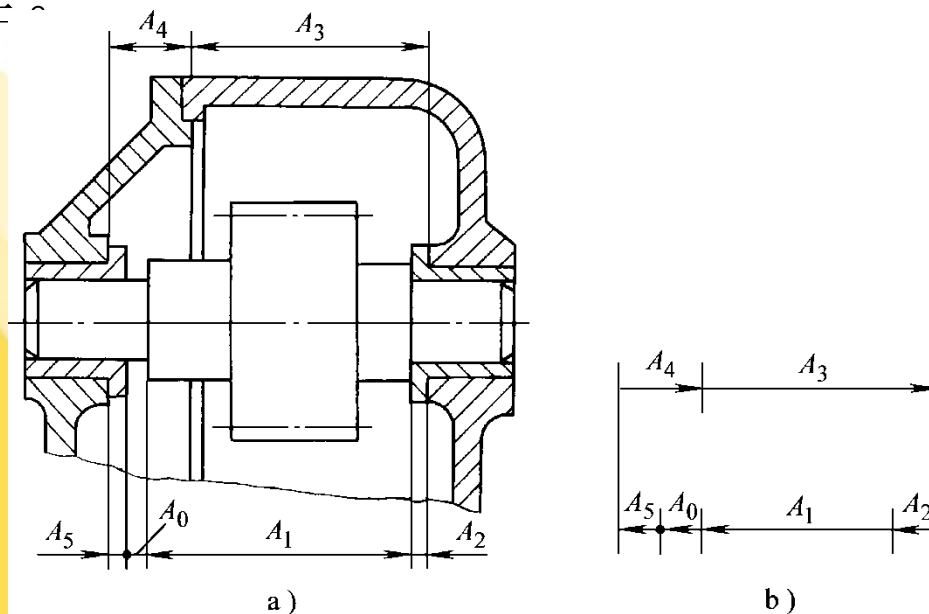


图 9 - 5 齿轮箱装配尺寸链

- 解：(1) 用等公差法求各环的极限偏差
- 因间隙 A_0 是装配后得到的，故为封闭环。尺寸链线图如图 9-5b 所示，其中 A_3 、 A_4 为增环， A_1 、 A_2 、 A_5 为减环。

① 计算封闭环的基本尺寸和公差：

- $A_0 = (A_3 + A_4) - (A_1 + A_2 + A_5) = (101 + 50) - (140 + 5 + 5) = 1\text{mm}$
- 故封闭环的尺寸 $A_0 = 1 + 0.75 \quad 0\text{mm}$ 。封闭环公差 $T_0 = 0.75\text{mm}$ 。

② 计算各环的公差 由式 (9-7) 得各组成环的平均公差：

$$T_{\text{平均}} = \frac{T_0}{m} = \frac{0.75}{5} = 0.15$$

■ 根据实际情况，箱体零件尺寸 (A_3 、 A_4) 大，难加工，衬套尺寸 (A_2 、 A_5) 易控制，适当调整各环公差，取 $TA_2=TA_5=0.05\text{mm}$ ， $TA_3=0.3\text{mm}$ ， $TA_4=0.25\text{ mm}$ ， TA_1 可根据 (9-6) 式计算：

■
$$TA_1=T_0 - (TA_2+TA_3+TA_4+TA_5)=0.75 - (0.05+0.3+0.25+0.05)=0.1\text{mm}$$

■ ③ 确定各组成环的极限偏差

■ 根据“入体原则”，由于 A_1 、 A_2 和 A_5 相当于被包容尺寸，故取其上偏差为零，即 $A_1=1400$
 -0.1mm ， $A_2=A_5=50 -0.05\text{mm}$ 。 A_3 和 A_4 相当于包容尺寸，故取其下偏差为零，即 $A_3=101+0.3$ 0
 mm , $A_4=50+0.25$ 0mm 。

④ 校核封闭环的上、下偏差

- $ES_0 = (ES_3 + ES_4) - (EI_1 + EI_2 + EI_5) = +0.75\text{mm}$

- $EI_0 = (EI_3 + EI_4) - (ES_1 + ES_2 + ES_5) = 0$

- 验算结果证明各组成环的极限偏差是合适的。若验算结果与封闭环的极限偏差不相符合，可重新调整组成环的极限偏差。

■ (2) 用等精度法求各环的极限偏差 同样确定尺寸链线图如图 9-5b 所示, 计算

■ 封闭环的基本尺寸和公差分别为 A_0 : $A_0 = 1_0^{+0.75}$ mm

■ 封闭环公差 $T_0 = 0.75\text{mm}$ 。

■ ① 计算各环的公差

■ 由表 9-2 可查各组成环的公差单位: $i_1 = 2.52$, $i_2 = i_5 = 0.73$, $i_3 = 2.17$, $i_4 = 1.56$

■ 按式 (9-9) 得各组成环相同的公差等级系数:

■ 查表 9-1 可知, $a = 97$ 在 IT10 级和 IT11 级之间。

■ 根据实际情况, 箱体零件尺寸大, 难加工, 衬套尺寸易控制, 故选 A1、A3 和 A4 为 IT11 级, A2 和 A5 为 IT10 级。

- 查第2章标准公差表得组成环的公差： $T_1=0.25\text{mm}$ ， $T_2=T_5=0.048\text{mm}$ ， $T_3=0.22\text{mm}$ ， $T_4=0.16\text{mm}$ 。
- ② 校核封闭环公差
- $T_0=(0.25+0.048+0.22+0.16+0.048)=0.726\text{mm}<0.75\text{mm}$
- 故封闭环为 $1_0^{+0.726}\text{mm}$ 。
- ③ 确定各组成环的极限偏差 根据“入体原则”，由于 A_1 、 A_2 和 A_5 相当于被包容尺寸，故取其上偏差为零，即 $A_1 140_0^{+0.25}\text{mm}$
- $A_2=A_5= 5_0^{+0.048}\text{mm}$ 。
- A_3 和 A_4 均为同向平面间距离，留 A_4 作调整环，取 A_3 的下偏差为零，即 $101_0^{+0.22}\text{mm}$ 。

■ 根据式 (9-5) 有 $0 = (0 + EI_4) - (0 + 0 + 0)$

■ 解得 $EI_4 = 0$

■ 因 $T_4 = 0.16\text{mm}$ ，故 $A_4 = 50^{+0.16}_0 \text{ mm}$ 。

■ ④ 校核封闭环的上偏差

■ $ES_0 = (ES_3 + ES_4) - (EI_1 + EI_2 + EI_5)$

■ $= (+0.22 + 0.16) - (-0.25 - 0.048 - 0.048) = +0.726\text{mm}$

■ 校核结果符合要 $140^{0}_{-0.25}$ $5^{0}_{-0.048}$

■ 最后 $101^{+0.22}_0$ 为 $A_1 = 50^{+0.16}_0 \text{ mm}$ ， $A_2 = A_1^{+0.726}_0 \text{ mm}$

■ $A_3 = \text{mm}$ ， $A_4 = \text{mm}$ ， $A_0 = \text{mm}$ 。

■ 3. 中间计算

■ 中间计算是反计算的一种特例。它一般用在基准换算和工序尺寸计算等工艺设计中，零件加工过程中，往往所选定位基准或测量基准与设计基准不重合，则应根据工艺要求改变零件图的标注，此时需进行基准换算，求出加工时所需工序尺寸。

- 例 9 - 3 如图 9 - 6 所示的套筒零件，设计尺寸如图所示，加工时，测量尺寸 mm 较困难，而采用深度游标卡尺直接测量大孔的深度则较为方便，于是尺寸 mm 就成了被间接保证的封闭环 A_0 ， A_1 为增环， A_2 为减环。为了间接保证 A_0 ，须进行尺寸换算，确定 A_2 尺寸及其偏差。

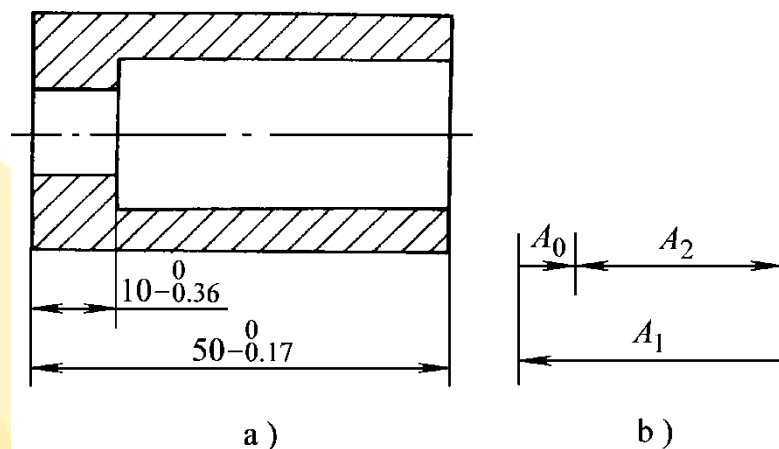


图 9-6 套筒零件尺寸链

■ 解：确定封闭环为 A0 寻找组成环并画尺寸链线图如图 9 - 6b 所示，判断 A1 为增环， A2 为减环。

■ (1) 按式 (9 - 1) 计算减环 A2 的基本尺寸 $A_0 = A_1 - A_2$

$$\text{即 } A_2 = A_1 - A_0 = 50 - 10 = 40\text{mm}$$

■ (2) 按式 (9 - 4)、式 (9 - 5) 计算减环 A2 的极限偏差

$$\text{■ } ES_0 = ES_1 - EI_2, \quad EI_0 = EI_1 - ES_2$$

$$\text{■ } \text{则 } EI_2 = ES_1 - ES_0 = 0\text{mm}$$

$$\text{■ } ES_2 = EI_1 - \overset{+0.19}{\underset{0}{40}} - 0.17 = (-0.36) = +0.19\text{mm}$$

■ 即组成环 A2 的尺寸为 $\overset{+0.19}{\underset{0}{40}}$ mm 。

- 综上所述，极值法是从尺寸的极限情况出发，计算简单，但环数不能过多，精度也不能太高，否则造成各组成环的公差过小，使加工困难，经济性不好。由于在成批生产中零件尺寸的分布常常是符合正态分布，所以在尺寸链环数较多、精度较高时，可用概率法求解。

9.3 用大数互换法解尺寸链

9.3.1 基本公式

1. 封闭环的公差 根据概率论关于独立随机变量合成规则，各组成环（独立随机变量）的标准偏差 σ_i 与封闭环的标准偏差 σ_0 的关系为

$$\sigma_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2} \quad (9-10)$$

如果组成环的实际尺寸都按正态分布，且分布范围与公差宽度一致，分布中心与公差带中心重合如图 9-7，则封闭环的尺寸也按正态分布，各环公差与标准偏差的关系如下：

$$T_0 = 6\sigma_0$$

$$T_i = 6\sigma_i$$

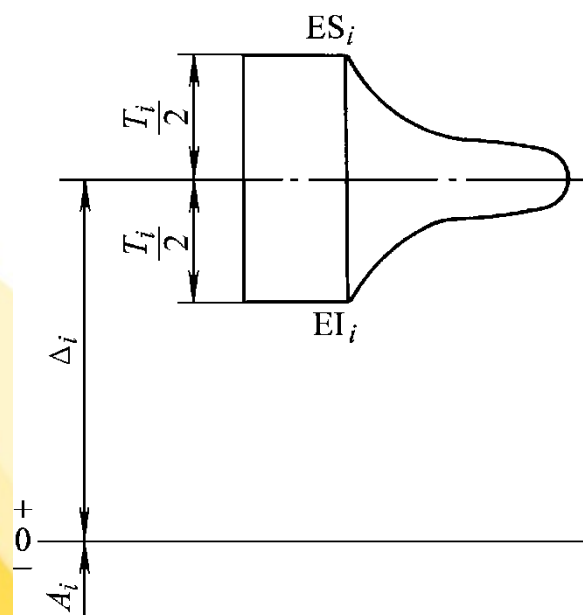


图 9 - 7 组成环尺寸按正态规律分布

- 将此关系代入式（9 - 10）得

$$T_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^m T_i^2} \quad (9 - 11)$$

- 即封闭环的公差等于所有组成环公差的平方和的平方根。

■ 2. 封闭环的中间偏差

$$\Delta_0 = \sum_{i=1}^n \Delta_z - \sum_{j=n+1}^m \Delta_j \quad (9 - 12)$$

式中 Δ_z — 增环的中间偏差

Δ_j — 减环的中间偏差

- 中间偏差为上偏差与下偏差的平均值，即

$$\Delta_i = \frac{1}{2}(ES_i + EI_i) \quad (9-13)$$

即封闭环的中间偏差等于所有增环的中间偏差之和减去所有减环的中间偏差之和。

3. 封闭环及组成环的极限偏差

$$ES = \Delta + \frac{T}{2} \quad (9-14)$$

$$EI = \Delta - \frac{T}{2} \quad (9-15)$$

即各环的上偏差等于其中间偏差加 1/2 该环公差；各环的下偏差等于其中间偏差减 1/2 该环公差。

- **4. 组成环平均统计公差和公差等级系数** 在解尺寸链的设计计算中，用大数互换法和用完全互换法在目的、方法和步骤等方面基本相同。其目的仍是如何把封闭环的公差分配到各组成环上；其方法也有“等公差法”和“等精法

- ”，只是由于封闭环的公差 $T_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^m T_i^2}$ ，所以在采用“

- “等公差法”时， $T_{\text{平均}} = \frac{T_0}{\sqrt{m}}$ 的公差为

(9-16)

- 在采用“等精度法” $a = \frac{T_0}{\sqrt{\sum_{i=1}^m i_i^2}}$ 成环的公差等级系数为

(9-17)

9.4 用其它方法解装配尺寸链

- 完全互换法和大数互换法是计算尺寸链的基本方法，除此之外还有分组装配法、调整法和修配法。

■ 9.4.1 分组装配法

- 用分组装配法解尺寸链是先用完全互换法求出各组成环的公差和极限偏差，再将相配合的各组成环公差扩大若干倍，使其达到经济加工精度的要求，然后按完工后零件的实测尺寸将零件分为若干个组，再按对应组分别进行组内零件的装配。即同组零件可以组内互换。这样既放大了组成环公差，又保证了封闭环要求的装配精度。

- 例如，设基本尺寸为 $\phi 18\text{mm}$ 的孔、轴配合，间隙要求为 $x=3 \sim 8 \mu\text{m}$ ，即封闭环的公差 $T_0=5 \mu\text{m}$ 。若按完全互换法，则孔、轴的直径公差只能为 $2.5 \mu\text{m}$ 。
- 若采用分组互换法，将孔、轴的直径公差扩大4倍，即公差为 $10 \mu\text{m}$ ，将完工后的孔、轴按实际尺寸分为4组，按对应组进行装配，各组的最大间隙均为 $8 \mu\text{m}$ ，最小间隙为 $3 \mu\text{m}$ ，故能满足要求。如图9-8所示。

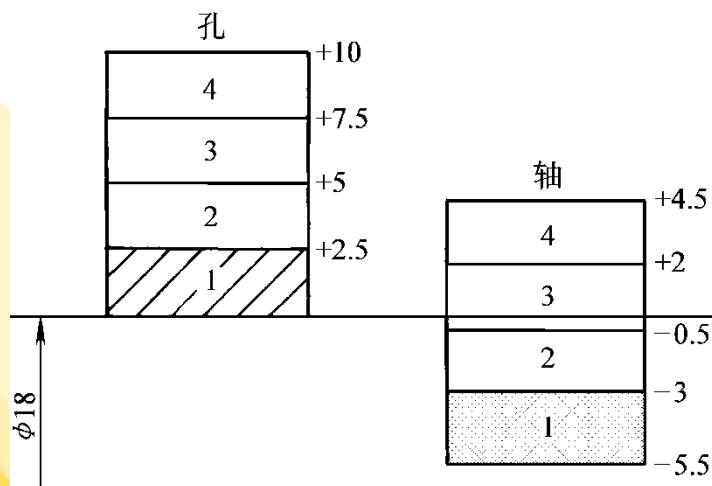


图 9-8 分组装配法

- 分组装配法的主要优点是既可以扩大零件制造公差，又能保证装配精度。其主要缺点是增加了检测零件的工作量。此外，该方法仅能在组内互换，每一组有可能出现零件多余和不够。适用于成批生产、高精度、便于测量、形状简单而环数较少的尺寸链零件。另外，由于分组后零件的形状误差不会减少，这就限制了分组数，一般为 $2 \sim 4$ 组。

■ 9.4.2 调整法

- 调整法是将尺寸链各组成环按经济加工精度的公差制造，此时由于组成环尺寸公差放大而使封闭环的公差比技术要求给出的值有所扩大，为了保证装配精度，装配时则选定一个可以调整补偿环的尺寸或位置的方法来实现补偿作用，该组成环称为补偿环。常用的补偿环可分为两种：
- **1. 固定补偿环** 在尺寸链中选择一个合适的组成环为补偿环，一般可选垫片或轴套类零件。并把补偿环根据需要按尺寸分成若干组，装配时从合适的尺寸组中取一补偿环，装入尺寸链中预定的位置，使封闭环达到规定的技术要求。

- **2. 可动补偿环** 设置一种位置可调的补偿环，装配时，调整其位置达到封闭环的精度要求。这种补偿方式在机械设计中广泛应用，它有多种结构形式，如镶条、锥套、调节螺旋副等常用形式。
- 调整法的主要优点是加大了组成环的制造公差，使制造容易，同时可得到很高的装配精度；装配时不需修配；使用过程中可以调整补偿环的位置或更换补偿环，以恢复机器原有精度。它的主要缺点是有时需要额外增加尺寸链零件数（补偿环），使结构复杂，制造费用增高，降低结构的刚性。

■ 9.4.3 修配法

- 修配法是在装配时，按经济精度放宽各组成环公差，由于组成环尺寸公差放大而使封闭环上产生累积误差。这时，直接装配不能满足封闭环所要求的装配精度，因此，就在尺寸链中选定某一组成环作为修配环，通过机械加工方法改变其尺寸，或就地配制这个环，使封闭环达到规定精度。装配时通过对修配环的辅助加工如铲、刮研等，切除少量材料，以抵偿封闭环上产生的累积误差，直到满足要求为止。
- 修配法的主要优点也是既扩大组成环制造公差，又能保证装配精度。其主要缺点是增加了修配工作量和费用；修配后各组成环失去互换性，使用有局限性。修配法多用于批量不大、环数较多、精度要求高的尺寸链。

谢谢！



互换性与测量技术